Matematika Diskrit

Sesi 01-02

Dosen Pembina : Danang Junaedi

1

Tujuan Instruksional

Setelah proses perkuliahan, mahasiswa memiliki kemampuan

- Softskill
  - Meningkatkan kerjasama dalam kelompok dan kemampuan dalam menyampaikan ide atau pemikiran (**comunication skill**), serta meningkatkan kemampuan berfikir secara logis dan analitik yang secara tidak langsung akan menumbuhkan jiwa kepemimpinan melalui kerja kelompok dan kegiatan presentasi.(**analytical thinking, problem solving skill**)
  - Mempunyai ketrampilan dalam memperoleh matri-materi kuliah baik dari bahan yang telah disediakan oleh dosen maupun materi lain dengan melakukan pencarian melalui internet. (**learning skill**)
- Hardskill
  - **tingkat pemahaman** :
    mengenal dan memahami konsep, teorema dan penerapan matematika diskrit dalam aplikasi bidang pemrograman,
  - **tingkat aplikasi** :
    mampu membuat penyelesaian masalah dalam penerapan matematika diskrit

2

Deskripsi

- Mata kuliah ini akan mempelajari tentang konsep, teorema dan penerapan matematika diskrit (teori himpunan, induksi matematika, kombinatorial, relasi & fungsi, graph, tree dan kompleksitas algoritma) dalam aplikasi bidang pemrograman

3

Aturan Penilaian & Grade

- **Penilaian**

Quiz	10%
Tugas	15%
Presentasi/Tutorial	15%
UTS	30%
UAS	30%
Kehadiran	5% (>80%)
Jumlah	**105%**

- **Grade**

Grade	Range Nilai
A	≥ 85
B	70 - 85
C	55 - 70
D	40 - 55
E	< 40

Atau sesuai performa kelas

4

Ingaaaatttt...!!!

- Sebelum perkuliahan dah baca materinya
- Kerjakan dan kumpulkan tugas tepat waktu
- Cek http://danangjunaedi.wordpress.com untuk info materi baru, tugas dan nilai
- UAS = akhir perkuliahan, sooo tidak ada tugas tambahan ataupun perbaikan (perbaikan nilai dilakukan jika ada kesalahan di saya)

5

Intro

6

Matematika Diskrit?!?

- Apa yang dimaksud dengan kata **diskrit** (*discrete*)?
- Benda disebut diskrit jika:
  - terdiri dari sejumlah berhingga elemen yang berbeda
  - elemen-elemennya tidak bersambungan (*unconnected*).
  - Contoh: himpunan bilangan bulat (*integer*)
- Lawan kata diskrit: **kontinyu** atau **menerus** (*continuous*).
  - Contoh: himpunan bilangan riil (*real*)

7

Matematika Diskrit?!?

- Komputer digital bekerja secara diskrit. Informasi yang disimpan dan dimanipulasi oleh komputer adalah dalam bentuk diskrit.
- Matematika diskrit: cabang matematika yang mengkaji objek-objek diskrit.
- Matematika diskrit merupakan ilmu dasar dalam pendidikan informatika atau ilmu komputer.
- Matematika diskrit memberikan landasan matematis untuk kuliah-kuliah lain di informatika.

  → algoritma, struktur data, basis data, otomata dan teori bahasa formal, jaringan komputer, keamanan komputer, sistem operasi, teknik kompilasi, dsb.
- Matematika diskrit adalah matematika yang khas informatika → **Matematika Informatika**.

8

Materi dalam Matematika Diskrit

- **Logika (*logic*)**
- **Teori Himpunan (*set*)**
- Matriks (*matrice*)
- **Relasi dan Fungsi (*relation and function*)**
- **Induksi Matematik (*mathematical induction*)**
- Algoritma (*algorithms*)
- Teori Bilangan Bulat (*integers*)
- Barisan dan Deret (*sequences and series*)
- Teori Grup dan *Ring* (*group and ring*)
- Aljabar Boolean (*Boolean algebra*)
- **Kombinatorial (*combinatorics*)**
- Teori Peluang Diskrit (*discrete probability*)
- **Fungsi Pembangkit dan Analisis Rekurens**
- **Teori Graf (*graph – included tree*)**
- **Kompleksitas Algoritma (*algorithm complexity*)**
- Otomata & Teori Bahasa Formal (*automata and formal language theory*)

9

Contoh Kasus

- berapa banyak kemungkinan jumlah *password* yang dapat dibuat dari 8 karakter?
- bagaimana nomor ISBN sebuah buku divalidasi?
- berapa banyak *string* biner yang panjangnya 8 bit yang mempunyai bit 1 sejumlah ganjil?
- bagaimana menentukan lintasan terpendek dari satu kota *a* ke kota *b*?
- buktikan bahwa perangko senilai n ($n \geq 8$) rupiah dapat menggunakan hanya pernagko 3 rupiah dan 5 rupiah saja
- diberikan dua buah algoritma untuk menyelesaian sebuah persoalan, algoritma mana yang terbaik?
- bagaimana rangkaian logika untuk membuat peraga digital yang disusun oleh 7 buah batang (*bar*)?
- dapatkah kita melalui semua jalan di sebuah kompleks perubahan tepat hanya sekali dan kembali lagi ke tempat semula?
- "Makanan murah tidak enak", "makanan enak tidak murah". Apakah kedua pernyataan tersebut menyatakan hal yang sama?

10

Teori Himpunan

11

Definisi

- Himpunan (*set*) adalah kumpulan objek-objek yang *berbeda*.
- Objek di dalam himpunan disebut **elemen**, **unsur**, atau **anggota**
- Cara Penyajian → enumerasi
  - Himpunan empat bilangan asli pertama: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
  - Himpunan lima bilangan genap positif pertama: $B = \{4, 6, 8, 10\}$.
  - $C = \{$kucing, a, Amir, 10, paku$\}$
  - $R = \{ a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\} \}$
  - $C = \{a, \{a\}, \{\{a\}\} \}$
  - $K = \{ \{\} \}$
  - Himpunan 100 buah bilangan asli pertama: $\{1, 2, \ldots, 100 \}$
  - Himpunan bilangan bulat ditulis sebagai $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$

12

Simbol-simbol Baku

- **P** = himpunan bilangan bulat positif = { 1, 2, 3, ... }
- **N** = himpunan bilangan alami (natural) = { 1, 2, ... }
- **Z** = himpunan bilangan bulat = { ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... }
- **Q** = himpunan bilangan rasional
- **R** = himpunan bilangan riil
- **C** = himpunan bilangan kompleks

- Himpunan yang universal: **semesta**, disimbolkan dengan U.
  - Contoh: Misalkan U = {1, 2, 3, 4, 5} dan A adalah himpunan bagian dari U, dengan A = {1, 3, 5}.

13

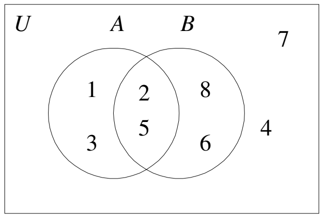
Notasi Pembentuk Himpunan

- Notasi: { x | syarat yang harus dipenuhi oleh x }
- Contoh:
  - A adalah himpunan bilangan bulat positif yang kecil dari 5, ditulis
    - A = { x | x adalah bilangan bulat positif lebih kecil dari 5} atau
    - A = { x | x P, $x < 5$ }
    - yang ekivalen dengan A = {1, 2, 3, 4}
  - M = { x | x adalah mahasiswa yang mengambil kuliah Matematika Diskrit}

14

Diagram Venn

- Misalkan U = {1, 2, ..., 7, 8}, A = {1, 2, 3, 5} dan B = {2, 5, 6, 8}.
- Diagram Venn:



15

Keanggotaan

- $x \in A$: x merupakan anggota himpunan A;
- $x \notin A$: x bukan merupakan anggota himpunan A.
- **Contoh**

Misalkan: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{ a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\} \}$
$K = \{\{\}\}$
maka
$3 \in A$
$5 \notin B/$
$\{a, b, c\} \in R$
$c \notin R$
$\{\} \in K$
$\{\} \notin R$

16

Kardinalitas

- Jumlah elemen di dalam A disebut kardinal dari himpunan A.
- Notasi: n(A) atau | A |
- **Contoh**
  - *B* = { *x* | *x merupakan bilangan prima yang lebih kecil dari 20* }, *atau B* = {*2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19*}
    maka /*B* / = *8*
  - *T* = {*kucing, a, Amir, 10, paku*}, *maka* /*T* / = *5*
  - *A* = {*a*, {*a*}, {{*a*}} }, *maka* /*A* / = *3*

17

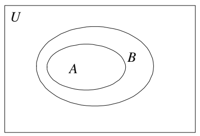
Himpunan Kosong

- **Himpunan dengan kardinal = 0 disebut himpunan kosong (*null set*).**
- **Notasi : ∅ atau {}**
- **Contoh**
  - ***E*** **= {** ***x*** **|** ***x*** **<** ***x*** **}, maka** ***n*(*E*) = 0**
  - ***P*** **= { orang Indonesia yang pernah ke bulan }, maka** ***n*(*P*) = 0**
  - ***A*** **= {*x*** **|** ***x*** **adalah akar persamaan kuadrat** ***x*2 + 1 = 0 }, *n*(*A*) = 0**
- **himpunan {{ }} dapat juga ditulis sebagai {∅}**
- **himpunan {{ }, {{ }}} dapat juga ditulis sebagai {∅, {∅}}**
- **{∅} bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu himpunan kosong.**

18

Himpunan Bagian (*Subset*)

- Himpunan *A* dikatakan himpunan bagian dari himpunan *B* jika dan hanya jika setiap elemen *A* merupakan elemen dari *B*.
- Dalam hal ini, *B* dikatakan *superset* dari *A*.
  - Notasi: $A \subseteq B$
- Contoh
  - { 1, 2, 3} ⊆ {1, 2, 3, 4, 5}
  - {1, 2, 3} ⊆ {1, 2, 3}
- Diagram Venn



19

Himpunan yang Sama

- *A* = *B* jika dan hanya jika setiap elemen *A* merupakan elemen *B* dan sebaliknya setiap elemen *B* merupakan elemen *A*.
- *A* = *B* jika *A* adalah himpunan bagian dari *B* dan *B* adalah himpunan bagian dari *A*. Jika tidak demikian, maka $A \neq B$.
- Notasi : $A = B \leftrightarrow A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$
- Contoh
  - Jika *A* = { 3, 5, 8, 5 } dan *B* = {5, 3, 8 }, maka *A* = *B*
  - Jika *A* = { 3, 5, 8, 5 } dan *B* = {3, 8}, maka $A \neq B$

20

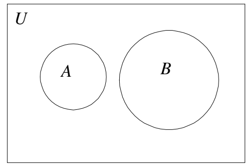
Himpunan yang Ekivalen

- Himpunan A dikatakan ekivalen dengan himpunan B jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.
- Notasi : $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$
- Contoh:
  - Misalkan $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ a, b, c, d \}$, maka $A \sim B$ sebab $|A| = |B| = 4$

21

Himpunan yang Saling Lepas

- Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.
- Notasi : $A \,//\, B$
- Diagram Venn:



22

Himpunan Kuasa

- Himpunan kuasa (power set) dari himpunan A adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri.
- Notasi : P(A) atau 2^A
- Jika $|A| = m$, maka $|P(A)| = 2^m$.
- Contoh
  - Jika A = { 1, 2 }, maka P(A) = {∅, { 1 }, { 2 }, { 1, 2 }}
  - Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah P(∅) = {∅}, dan himpunan kuasa dari himpunan {∅} adalah P({∅}) = {∅, {∅}}.

23

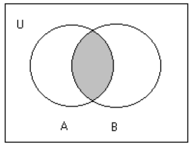
Operasi terhadap Himpunan

- Irisan
- Gabungan
- Komplemen
- Set Difference
- Symmetric Difference
- Cartesian Product

24

Irisan (intersection)

- *Notasi :* $A \cap B = \{\ x \,/\, x \in A \text{ dan } x \in B\ \}$
- *Contoh*
  - *Jika* $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ *dan* $B = \{4, 10, 14, 18\}$, *maka* $A \cap B = \{4, 10\}$
  - *Jika* $A = \{\ 3, 5, 9\ \}$ *dan* $B = \{\ -2, 6\ \}$, *maka* $A \cap B = \varnothing$
- Diagram Venn

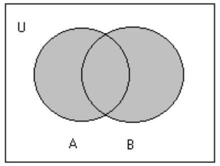


25

Gabungan (Union)

- Notasi : $A \cup B = \{\ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\ \}$
- Contoh

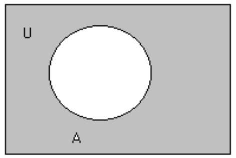
  Jika $A = \{\ 2, 5, 8\ \}$ dan $B = \{\ 7, 5, 22\ \}$, maka $A \cup B = \{\ 2, 5, 7, 8, 22\ \}$
  $A \cup \varnothing = A$
- Diagram Venn



26

Komplemen

- Notasi : $\bar{A} = \{\ x \mid x \in U, x \notin A\ \}$
- Contoh
  - Misalkan $U = \{\ 1, 2, 3, \ldots, 9\ \}$,
  - jika $A = \{1, 3, 7, 9\}$, maka $\bar{A} = \{2, 4, 6, 8\}$
  - jika $A = \{\ x \mid x/2 \in P, x < 9\ \}$, maka $\bar{A} = \{\ 1, 3, 5, 7, 9\ \}$
- Diagram Venn



27

Set Difference

- ***Notasi:*** $A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\ \}$
- ***Contoh***
  - ***Misalkan*** $A = \{\ 1, 2, 3\ \}$, $B = \{2,4\}$ ***dan*** $D = \{\ a, b\}$, ***maka***
    $A\text{-}B = \{\ 1,3\ \}$
    $B\text{-}D = \{2,4\}$
  - $\{1, 3, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{5\}$, tetapi $\{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$

28

Symmetric Difference

- Notasi: $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$
- Contoh
  - Jika $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 2, 3, 5 \}$, maka $A\ B = \{3, 4, 5, 6\}$

29

Perkalian Kartesian (Cartesian Product)

- ***Notasi:*** $A \times B = \{(a, b) \ / \ a \in A \text{ dan } b \in B \}$
- ***Contoh***
  - ***Misalkan*** $C = \{ 1, 2, 3 \}$, ***dan*** $D = \{ a, b \}$, ***maka*** $C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$
  - **Misalkan**

    A = himpunan makanan = { s = soto, g = gado-gado, n = nasi goreng, m = mie rebus } dan

    B = himpunan minuman = { c = coca-cola, t = teh, d = es dawet } Berapa banyak kombinasi makanan dan minuman yang dapat disusun dari kedua himpunan di atas?
    - $|A \times B| = |A| \cdot |B| = 4 \cdot 3 = 12$ **kombinasi makanan dan minuman, yaitu** $\{(s, c), (s, t), (s, d), (g, c), (g, t), (g, d), (n, c), (n, t), (n, d), (m, c), (m, t), (m, d)\}$.

30

Perampatan Operasi Himpunan

$$A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$$

$$A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$$

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n = \mathop{\times}_{i=1}^{n} A_i$$

$$A_1 \oplus A_2 \oplus \ldots \oplus A_n = \bigoplus_{i=1}^{n} A_i$$

- Contoh
  - $A \cap (B1 \cup B2 \cup \ldots \cup Bn) = (A \cap B1) \cup (A \cap B2) \cup \ldots \cup (A \cap Bn)$

    $A \cap (\bigcup_{i=1}^{n} B_i) = \bigcup_{i=1}^{n} (A \cap B_i)$
  - Misalkan $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$, dan $C = \{\alpha, \beta\}$, maka
  - $A \times B \times C = \{(1, a, \alpha), (1, a, \beta), (1, b, \alpha), (1, b, \beta), (2, a, \alpha), (2, a, \beta), (2, b, \alpha), (2, b, \beta) \}$

31

Hukum-Hukum Himpunan

1. Hukum identitas: - $A \cup \varnothing = A$ - $A \cap U = A$	2. Hukum *null*/dominasi: - $A \cap \varnothing = \varnothing$ - $A \cup U = U$
3. Hukum komplemen: - $A \cup \overline{A} = U$ - $A \cap \overline{A} = \varnothing$	4. Hukum idempoten: - $A \cup A = A$ - $A \cap A = A$
5. Hukum involusi: - $\overline{(\overline{A})} = A$	6. Hukum penyerapan (absorpsi): - $A \cup (A \cap B) = A$ - $A \cap (A \cup B) = A$
7. Hukum komutatif: - $A \cup B = B \cup A$ - $A \cap B = B \cap A$	8. Hukum asosiatif: - $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ - $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
9. Hukum distributif: - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	10. Hukum De Morgan: - $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ - $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
11. Hukum 0/1 - $\overline{\varnothing} = U$ - $\overline{U} = \varnothing$	

32

Prinsip Dualitas

- Dua konsep yang berbeda dapat dipertukarkan namun tetap memberikan jawaban yang benar
- **(Prinsip Dualitas pada Himpunan).**

  Misalkan S adalah suatu kesamaan (*identity*) yang melibatkan himpunan dan operasi-operasi seperti , , dan komplemen. Jika S* diperoleh dari S dengan mengganti $\rightarrow$, $\rightarrow$, $\rightarrow$ U, U $\rightarrow$, sedangkan komplemen dibiarkan seperti semula, maka kesamaan S* juga benar dan disebut dual dari kesamaan S.

33

Hukum Dualitas

1. Hukum identitas: $A \cup \varnothing = A$	Dualnya: $A \cap U = A$
2. Hukum *null*/dominasi: $A \cap \varnothing = \varnothing$	Dualnya: $A \cup U = U$
3. Hukum komplemen: $A \cup \bar{A} = U$	Dualnya: $A \cap \bar{A} = \varnothing$
4. Hukum idempoten: $A \cup A = A$	Dualnya: $A \cap A = A$
5. Hukum penyerapan: $A \cup (A \cap B) = A$	Dualnya: $A \cap (A \cup B) = A$
6. Hukum komutatif: $A \cup B = B \cup A$	Dualnya: $A \cap B = B \cap A$
7. Hukum asosiatif: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	Dualnya: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

34

Hukum Dualitas

8. Hukum distributif: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Dualnya: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
9. Hukum De Morgan: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$	Dualnya: $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
10. Hukum 0/1 $\bar{\varnothing} = U$	Dualnya: $\bar{U} = \varnothing$

35

Inklusi-Ekslusi

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
- $|A \oplus B| = |A| + |B| - 2|A \cap B|$

- Contoh:Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?
- <u>Penyelesaian</u>:

  A = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3,

  B = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 5,

  $A \cap B$ = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3 dan 5 (yaitu himpunan bilangan bulat yang habis dibagi oleh KPK – Kelipatan Persekutuan Terkecil – dari 3 dan 5, yaitu 15),
- yang ditanyakan adalah $|A \cup B|$.

36

- Penyelesaian(lanjutan)
  $|A| = \lfloor 100/3 \rfloor = 33$,
  $|B| = \lfloor 100/5 \rfloor = 20$,
  $|A \cap B| = \lfloor 100/15 \rfloor = 6$

  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 33 + 20 - 6 = 47$

- Jadi, ada 47 buah bilangan yang habis dibagi 3 atau 5.

37

- Untuk tiga buah himpunan A, B, dan C, berlaku

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

- Untuk himpunan $A_1, A_2, \ldots, A_r$, berlaku:

$$|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_r| = |A_i| - |A_i \cap A_j| + |A_i \cap A_j \cap A_k| + \ldots + (-1)^{r-1} |A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_r|$$

38

Partisi

- Partisi dari sebuah himpunan A adalah sekumpulan himpunan bagian tidak kosong $A_1, A_2, \ldots$ dari A sedemikian sehingga:
  - $A_1 \cup A_2 \cup \ldots = A$, dan
  - $A_i \cap A_j = \varnothing$ untuk $i \neq j$

- **Contoh**
  Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
  maka $\{ \{1\}, \{2, 3, 4\}, \{7, 8\}, \{5, 6\} \}$ adalah partisi A.

39

Himpunan Ganda

- Himpunan yang elemennya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut **himpunan ganda** (*multiset*). Contohnya, $\{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$, $\{2, 2, 2\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{\}$.
- **Multiplisitas** dari suatu elemen pada himpunan ganda adalah jumlah kemunculan elemen tersebut pada himpunan ganda. Contoh: $M = \{ 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1 \}$, multiplisitas 0 adalah 4.
- Himpunan (*set*) merupakan contoh khusus dari suatu *multiset*, yang dalam hal ini multiplisitas dari setiap elemennya adalah 0 atau 1.
- Kardinalitas dari suatu *multiset* didefinisikan sebagai kardinalitas himpunan padanannya (ekivalen), dengan mengasumsikan elemen-elemen di dalam *multiset* semua berbeda.

40

Operasi Multiset

- Misalkan P dan Q adalah *multiset*:
- $P \cup Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas maksimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q.

  Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$,

  $P \cup Q = \{ a, a, a, b, c, c, d, d \}$
- $P \cap Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas minimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q.

  Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$

  $P \cap Q = \{ a, a, c \}$

41

Operasi Multiset

- $P - Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan : multiplisitas elemen tersebut pada P dikurangi multiplisitasnya pada Q, jika selisihnya positif 0, jika selisihnya nol atau negatif.

  Contoh: $P = \{ a, a, a, b, b, c, d, d, e \}$ dan $Q = \{ a, a, b, b, b, c, c, d, d, f \}$ maka $P - Q = \{ a, e \}$
- $P + Q$, yang didefinisikan sebagai jumlah (*sum*) dua buah himpunan ganda, adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan penjumlahan dari multiplisitas elemen tersebut pada P dan Q.

  Contoh: $P = \{ a, a, b, c, c \}$ dan $Q = \{ a, b, b, d \}$,

  $P + Q = \{ a, a, a, b, b, b, c, c, d \}$

42

Pembuktian Pernyataan Himpunan

- Pernyataan himpunan adalah argumen yang menggunakan notasi himpunan.
- Pernyataan dapat berupa:
  - Kesamaan (*identity*)

    Contoh: Buktikan "$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$"
  - Implikasi

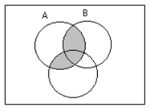
    Contoh: Buktikan bahwa "Jika $A \cap B = \varnothing$ dan $A \subseteq (B \cup C)$ maka selalu berlaku bahwa $A \subseteq C$".

43

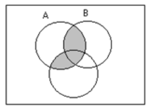
Pembuktian dengan Diagram Venn

- **Contoh :** Misalkan A, B, dan C adalah himpunan.

  Buktikan $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ dengan diagram Venn.



$A \cap (B \cup C)$



$(A \cap B) \cup (A \cap C)$

- Kedua digaram Venn memberikan area arsiran yang sama. Terbukti bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- Diagram Venn hanya dapat digunakan jika himpunan yang digambarkan tidak banyak jumlahnya.
- Metode ini *mengilustrasikan* ketimbang membuktikan fakta. Diagram Venn tidak dianggap sebagai metode yang valid untuk pembuktian secara formal

44

Pembuktikan dengan Tabel Keanggotaan

- Misalkan A, B, dan C adalah himpunan.

  Buktikan bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

A	B	C	$B \cup C$	$A \cap (B \cup C)$	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Karena kolom $A \cap (B \cup C)$ dan kolom $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ sama, maka $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

45

Pembuktian dengan menggunakan Aljabar Himpunan

- Misalkan A dan B himpunan.
- Buktikan bahwa $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$
- *Bukti*:

$(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A \cap (B \cup \overline{B})$ (Hukum distributif)

$= A \cap U$ (Hukum komplemen)

$= A$ (Hukum identitas)

46

Referensi

1. Rinaldi Munir, “Materi Kuliah Matematika Diskrit”,Informatika-ITB, Bandung,2003
2. Rinaldi Munir, “Matematika Diskrit”,Informatika, Bandung,2001

47